

# Réseaux électriques linéaires en régime permanent

L'objectif de ce chapitre est de déterminer

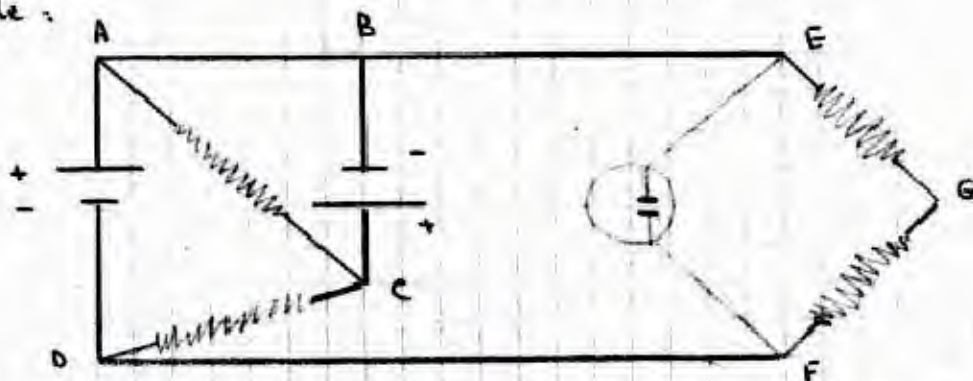
(en grandeur et de

Dans chaque branche d'un réseau électrique, pour cela nous étudierons plusieurs méthodes.

## I - Les réseaux des conducteurs :

1 - Définition : On appelle réseau un circuit électrique ou ensemble de circuit, c-à-d un ensemble d'appareil (générateur, récepteur, résistance ...) reliés entre eux par des conducteurs filiformes.

Exemple :



On appelle nœud le point de jonction d'au moins 3 conducteurs (les points A, B, C, D, E et F sont des nœuds) par contre G n'est pas un nœud. On appelle branche toute portion du circuit ne comportant aucun nœud, c-à-d qui relie 2 nœuds. (les branches du circuit de l'ensemble sont AD ; AC ; CD ; EF ; (EG n'est pas une branche)). On appelle maille toute boucle formée de branche (dans le cas de l'exemple ACD, ABC, ABCD, BEFD, EGF, ~~AEFD~~ AEFD ....

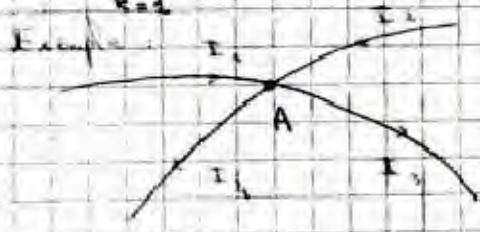
2 - Lois de Kirchhoff : Ces lois ont pour but de permettre l'étude complète d'un circuit, c-à-d de déterminer les DDP aux bornes des différents appareils et les courants qu'ils traversent.

a - Loi des nœuds : cette loi traduit le fait qu'il ne peut y avoir d'accumulation d'électricité dans un nœud. Loi des nœuds : la somme des intensités des courants qui convergent vers un nœud qui égale à la somme des courants



qui ont aboutissent : le nombre d'équation est égale à la nombre des nœuds.

$$\sum_{k=1}^n \pm i_k = 0$$



$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

$$\text{ou bien } I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

On affecte les courants orientés vers le nœud d'un signe (+), et on affecte les courants sortant d'un nœud d'un signe (-)

b - loi des mailles : la somme des DDP au borne des différents appareils rencontrés lorsqu'on parcourt une maille dans un sens choisi est nulle. considérons une maille ABCD d'un réseau quelconque. la loi des mailles permet d'écrire :

$$(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A) = 0$$

- Dans le cas d'une maille contenant des générateurs, des récepteurs et des résistances, on peut écrire que :  $\sum RI = \sum E$  avec les conventions de signe suivante : on adopte d'une façon arbitraire (au hasard) un sens de parcours positif pour la maille.

- Les intensités sont prise avec le signe (+) pour les courants qui circule dans le sens du par parcours, et avec le signe (-) dans le cas contraire.

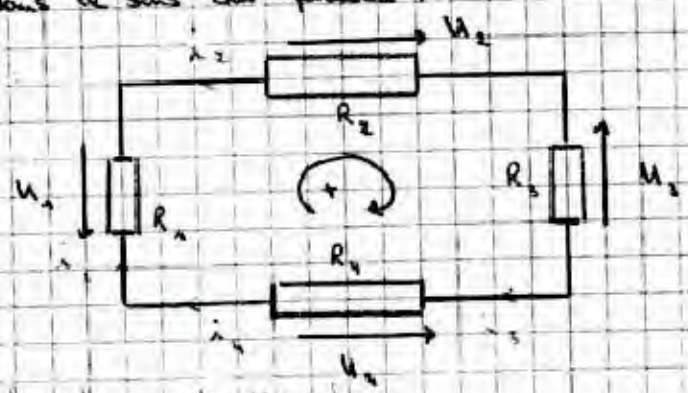
- On affecte la tension  $U_i$  d'un signal (+) si le sens de  $U_i$  correspond au sens positif de la maille, et on affecte (-) si son sens est opposée au sens positif de la maille.

- Les FEM ~~et~~ et les FCEM sont affectés du signe du dernier pôle rencontré dans le sens du parcours.

Exemple :

$$\sum_{k=1}^n \pm U_k = 0$$

$$U_1 - U_3 - U_4 - U_2 = 0$$



sens arbitraire

### 3 - Transformations de Kennedy.

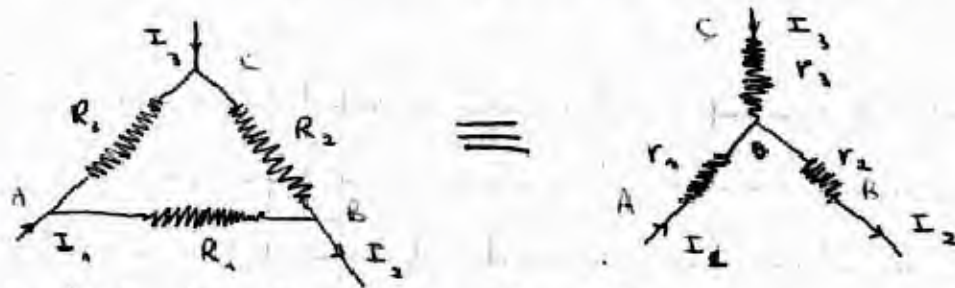
Le théorème de Kennedy permet la transformation d'un montage de dipôle



de type étoile en montage de type triangle et vice versa, le théorème est utile dans le cas où l'on souhaite simplifier des schémas.

a - Passage du montage triangle au montage étoile :

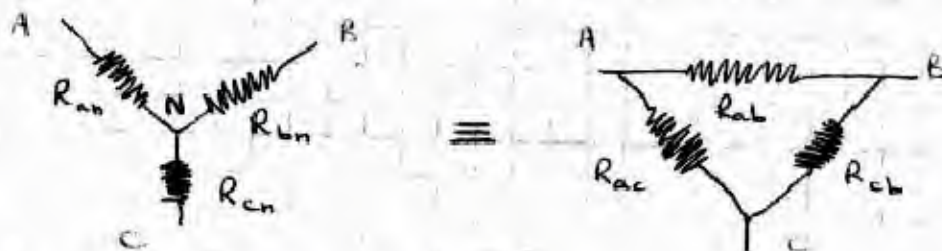
Soit un triangle ABC équivalent à une étoile ABC



O étant le centre du triangle Alors :

$$r_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad r_2 = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad r_3 = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

b - Passage du montage étoile au montage triangle :



$$R_{ab} = \frac{R_{an} R_{bn} + R_{an} R_{cn} + R_{bn} R_{cn}}{R_{cn}}$$

$$R_{bc} = \frac{R_{an} R_{bn} + R_{an} R_{cn} + R_{bn} R_{cn}}{R_{an}}$$

$$R_{ca} = \frac{R_{an} R_{bn} + R_{an} R_{cn} + R_{bn} R_{cn}}{R_{bn}}$$

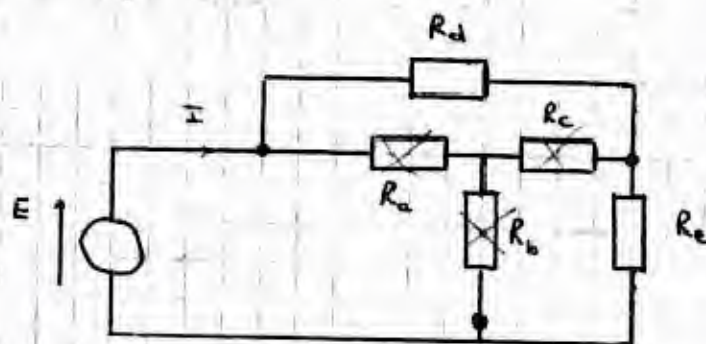
c - Exemple :

Calculer I avec :

$$E = 100 \text{ V}$$

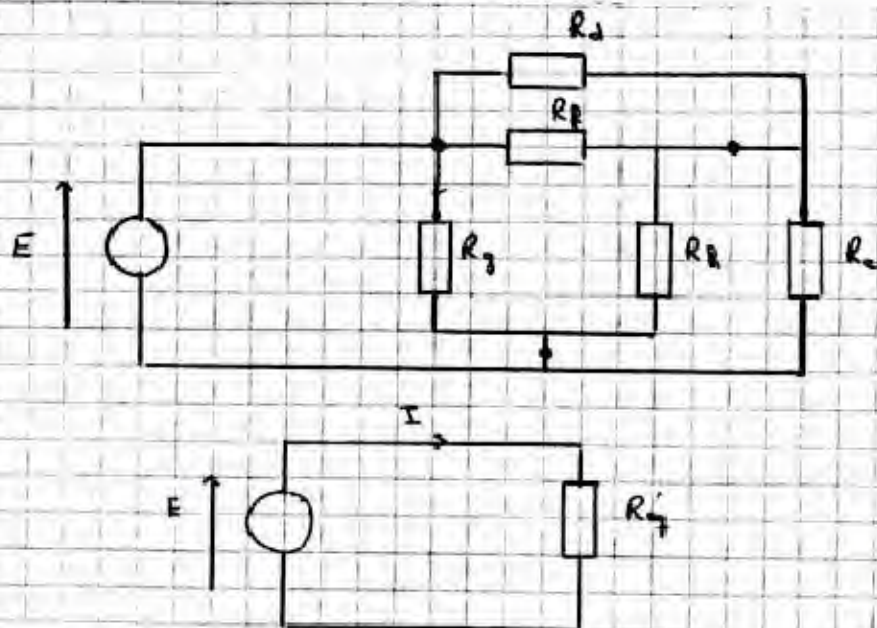
$$R_a = 66,6 \, \Omega = R_c = R_b$$

$$R_d = 200 \, \Omega = R_e$$



nous allons simplifier le schéma en remplaçant l'étoile  $(R_a, R_b, R_c)$  par un triangle  $(R_f, R_g, R_h)$  tel que  $R_f = R_g = R_h$





$$I = \frac{E}{R_g}$$

à partir du schéma  $R_g = \{ [(R_d \parallel R_p) \text{ en série avec } (R_b \parallel R_e)] \text{ le tout est en parallèle avec } R_g \}$

$$\text{or } (R_b \parallel R_e) = (R_d \parallel R_p) = 100 \, \Omega$$

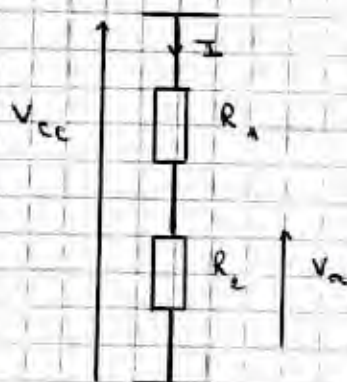
$$(R_b \parallel R_e) + (R_d \parallel R_p) = 200 \, \Omega$$

$$R_g = 100 \, \Omega$$

$$\Rightarrow I = \frac{E}{R_g} = 1 \, \text{A}$$

1 - Diviseurs de tension et de courant :

a - Diviseur de tension : Le pont diviseur de tension est un montage électrique simple. Il permet de déterminer une tension proportionnellement à une autre tension. ce type de montage est utilisé couramment pour créer une tension de référence dans un circuit électrique.



La plupart du temps, la représentation du diviseur de tension consiste à placer 2 résistances électrique en série. il est possible de calculer facilement



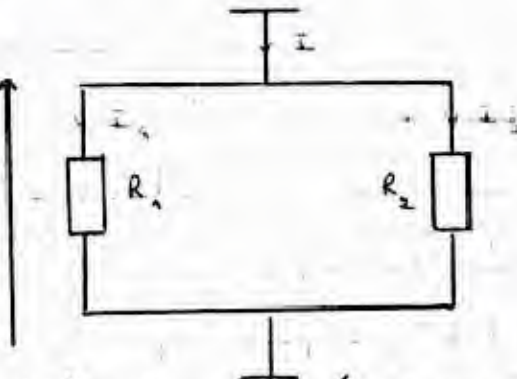
calculer la valeur de  $V_A$  en connaissant les valeurs de résistances et de la tension  $V_{CC}$ .

Le lois d'OHM permet d'écrire l'équation:  $I = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_2}$  et  $V_A = R_2 I$

Dans cette dernière formule il suffit de remplacer le courant  $I$  par sa valeur équivalente dans la première équation pour avoir  $V_A = \frac{R_2 V_{CC}}{R_1 + R_2}$

b - Diviseur de courant, est un montage qui permet d'obtenir un courant d'une valeur proportionnelle à un autre courant, son principe ressemble à celui d'un diviseur de tension.

Lorsqu'on a deux résistances en parallèle soumise à la même tension  $V_{CC}$  il est possible de calculer le courant qui parcourt une des deux résistances, pour cette raison on doit



connaître le courant totale  $I$  qui circule dans cette résistance.

On a alors:  $U = I \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

De même on a:  $U = I_1 R_1$  donc  $R_1 I_1 = I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

pu la suite:  $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$

## II - Applications de l'étude des réseaux:

### 1 - Méthode des courants de Maxwell:

cette méthode consiste à faire un changement de variable ce qui permet parfois de simplifier la résolution de l'équation de Kirchhoff.

En effet, on dispose d'un réseau constitué de  $n$  branches. on cherche à calculer  $n$  courants. - On suppose que les mailles constituent des circuits indépendants parcourus par des courants fictifs (imaginaires) qu'on appelle courant des mailles ou courant de maxwell.

- on écrit les lois des mailles des courant réelle  $I_k$  qui sont la somme algébrique des courant des mailles.

- On écrit les équations des mailles en remplaçant les courants réelles  $I_k$  par les courant fictifs, ceci nous donne un système d'équation dont



$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} E_2 & -R_2 \\ -E_1 & (R_1 + R_2) \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{12} = \begin{vmatrix} R_3 + R_2 & E_2 \\ -R_2 & -E_1 \end{vmatrix}$$

Application numérique.

$$R_1 = 10 \Omega \quad R_2 = 5 \Omega \quad E_2 = 10V$$

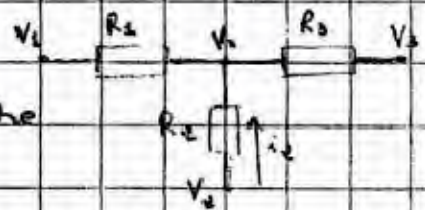
$$R_2 = 10 \Omega \quad E_1 = 60V$$

$$i_1 = -1A \quad \text{et} \quad i_2 = -\frac{5}{2}A$$

## 2. Théorème de Millman

cette méthode est une forme particulière de la loi exprimée en terme de potentiel

Considérons le circuit suivant :



Pour chacune des branches nous pouvons écrire

$$\begin{cases} V_1 - V_0 = R_1 i_1 \\ V_2 - V_0 = R_2 i_2 \\ V_3 - V_0 = R_3 i_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{V_1 - V_0}{R_1} \\ i_2 = \frac{V_2 - V_0}{R_2} \\ i_3 = \frac{V_3 - V_0}{R_3} \end{cases}$$

En faisant la somme de ces relations on obtient :

$$i_1 + i_2 + i_3 = \frac{V_1 - V_0}{R_1} + \frac{V_2 - V_0}{R_2} + \frac{V_3 - V_0}{R_3}$$

Or nous avons  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$

$$\text{donc } V_0 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

$$\text{d'où : } V_0 = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

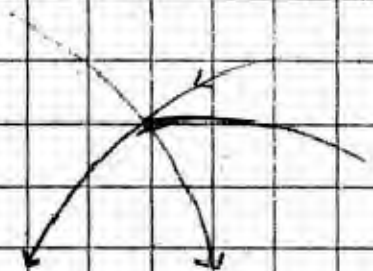
$$V_0 = \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Considérons maintenant le circuit suivant :

Loi des nœuds au point N donc

$$i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_m + I_0 - I_1 = 0$$

$$\sum_{k=1}^m i_k + I_0 - I_1 = 0$$





$$\sum_{k=1}^n \frac{V_k - V_m}{R_k} + I_0 - I_1 = 0$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{V_k R_k}{R_k} - V_m \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} + I_0 - I_1 = 0$$

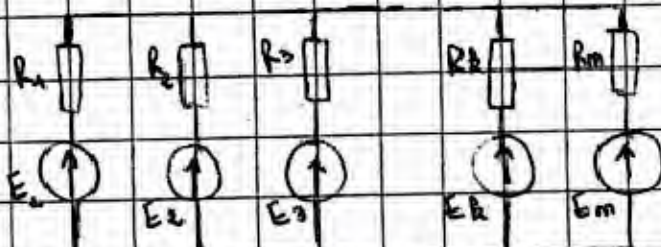
$$\text{d'où } V_m = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{V_k}{R_k} + I_0 - I_1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}$$

Cette opération traduit le théorème de Millman

b - Énoncé :

Dans un réseau électrique, des branches en parallèle contenant chacune un générateur de tension parfait en série avec un élément linéaire

La tension aux bornes des branches est égale à la somme des forces électromotrices respectivement multipliée par l'admittance de la branche de tout est divisé par la somme des admittances



$$V_m = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{E_k}{R_k} + I}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}$$

Dans le cas d'un réseau électrique composé de résistances.

c. Exemples :

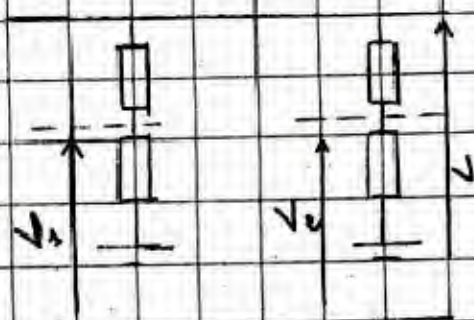
Circuit :

$$V_{AB} = \frac{V_1/R_1 + V_2/R_2 + V_3/R_3}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3}$$

Cable :

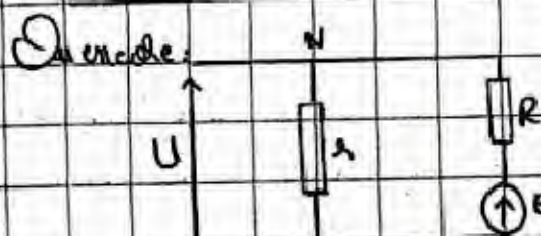
Cas où les sources de tension ne sont pas parfaites  
Pourrons inclure les résistances de portées nulles.





$$V = V_1/R_1 + V_2/R_2$$

$$= \frac{1/R_1 + 1/R_2}{1/R_1 + 1/R_2} \cdot \frac{E_1/R_1 + E_2/R_2}{1/R_1 + 1/R_2}$$

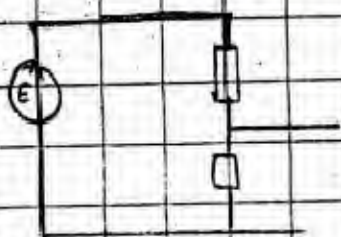


Soit immédiatement,

$$U = \frac{E/R + 0/R_2}{1/R + 1/R_2}$$

ou :  $U = \frac{ER}{R_2 + R}$

→ Cas 3. Diviseur de tension:



### Théorème de Superposition.

Les équations sont linéaires en  $I$  et  $V$ , elles peuvent donc obéir au principe de superposition.

Énoncé: Dans un réseau électrique lorsqu'on superpose plusieurs systèmes de forces électromotrices, l'intensité du courant qui circule dans chaque branche est la somme des intensités dans cette branche à chacun des systèmes agissant seul.

Considérons deux réseaux de même géométrie dont les branches occupent les mêmes positions, possédant les mêmes résistances. Ces deux réseaux ne diffèrent que par les valeurs de F.E.M. placés dans leurs branches.

Réseau 1:  $\sum I_{1nt} = I_{1nt}$  loi des nœuds.



Réseau :  $\begin{cases} \sum I^{\text{ent}} = \sum I^{\text{sort}} \Rightarrow \text{Loi des nœuds} \\ \sum \pm R_i I_i + \sum \pm E_i = 0 \Rightarrow \text{Loi des mailles} \end{cases}$

(1), (2),  $\begin{cases} \sum (I_1^{\text{ent}} + I_2^{\text{ent}}) = \sum (I_1^{\text{sort}} + I_2^{\text{sort}}) \Rightarrow \text{Loi des nœuds} \\ \sum \pm R_i (I_1 + I_2) + \sum \pm (E_1 + E_2) = 0 \Rightarrow \text{Loi des mailles} \end{cases}$   
 Les équations sont celles d'un réseau qui a la même géométrie (mê me forme) que les précédentes, avec les mêm es résistances, et où les F.E.M dans chaque branche est la somme des F.E.M de cette branche dans les 2 réseaux précédents

Exemple :



$$I = I_1 + I_2 \quad I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2 + R_3} \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{E_2}{R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\text{Alors } I = I_1 - I_2 = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Théorème de Thévenin :

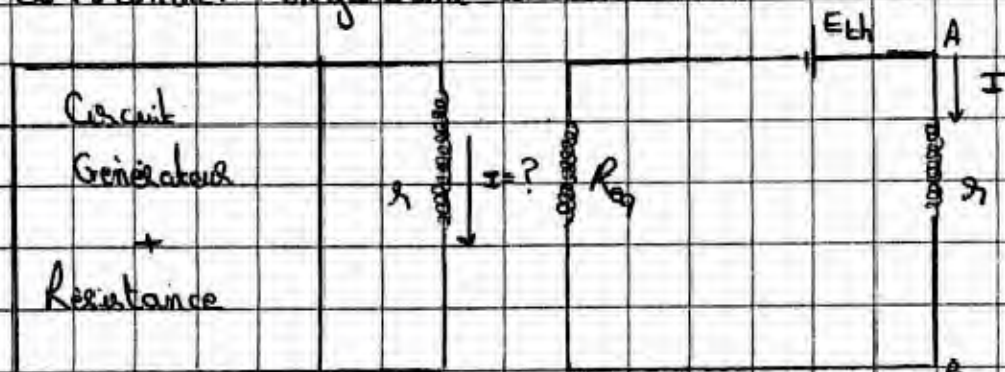
S'il est possible de concevoir une partie d'un réseau complexe en un dipôle plus simple. soit un réseau composé de générateurs et de résistances et soit  $E = V_A - V_B$  la différence de potentiel entre deux points A et B du réseau introduisant entre A et B une résistance  $R$ . Le théorème de Thévenin permet de calculer l'intensité  $I$  qui circule à travers cette résistance  $R$ .

Un dipôle actif "AB" est équivalent, vu de ces bornes A et B, à un générateur de tension dont la force électromotrice est la tension à vide (en circuit ouvert).

La résistance interne est la résistance équivalente, vu de deux bornes A et B du dipôle, lorsqu'on élimine les forces électromotrices.



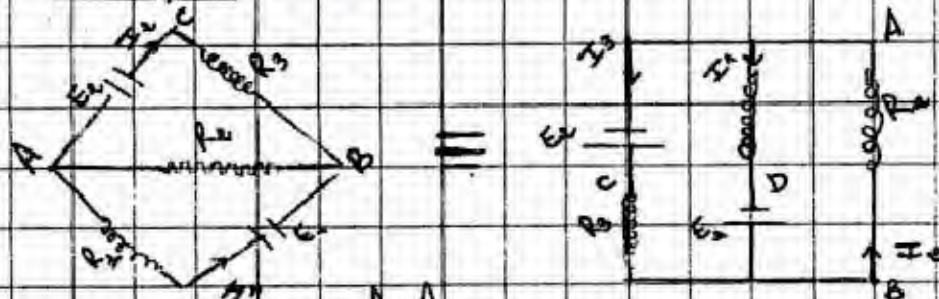
et E. contre M en gardant les résistances.



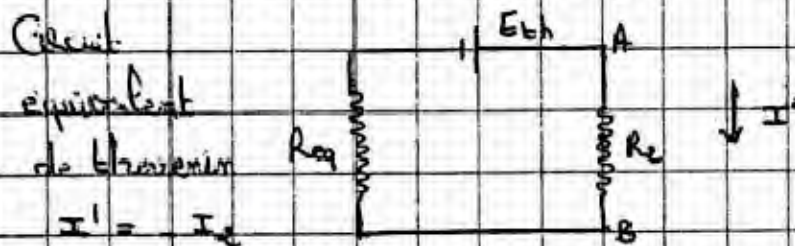
$$I = \frac{E_{th}}{R_0 + R_L}$$
 avec  $E_{th} = V_A - V_B$  en l'absence de  $I$  (circuit ouvert)

$R_{eq}$  la résistance équivalente du circuit (sans  $R_L$ ).

Exemples



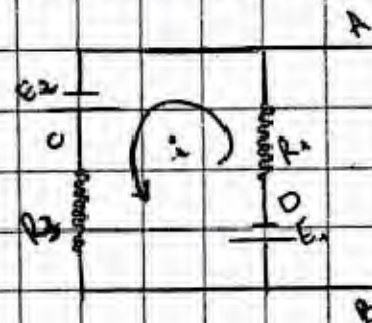
Calcul de  $I_1$



$$I' = I_1$$

1<sup>re</sup> étape:

« Débranchez la résistance  $R_0$  du réseau pour faire apparaître le dipôle actif entre « AB ». notre objectif est de trouver le schéma équivalent de Thévenin de ce dipôle »





2<sup>ème</sup> étape

déterminer les paramètres  $E_{th}$ ,  $R_{th}$

Calcul de  $E_{th}$ :

$E_{th} = V_A - V_B$  quand  $I_e = 0$  (circuit ouvert)

$$E_{th} = (V_A - V_1) + (V_2 - V_B) \\ = -E_1 + R_3 i$$

$$\text{Or, } R_1 i = E_1 + R_3 i + E_2 = 0$$

$$\Rightarrow i = \frac{E_2 - E_1}{R_1 + R_3}$$

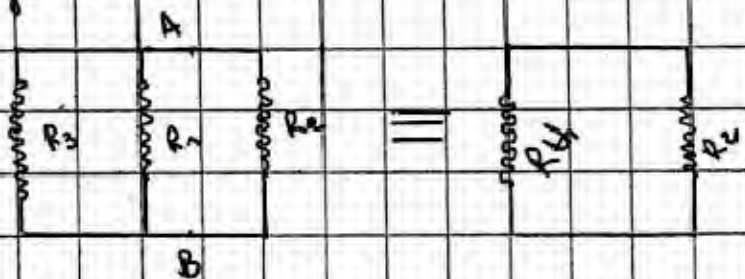
$$\text{D'où: } E_{th} = -E_1 + \frac{R_3 (E_2 - E_1)}{R_1 + R_3}$$

\* Calcul de  $R_{th}$ :

On court-circuite les générateurs.

$$R_{th} = R_3 \parallel R_1$$

$$R_{th} = \frac{R_3 R_1}{R_3 + R_1}$$



3<sup>ème</sup> étape:

On branche la résistance  $R_e$  avec le schéma équivalent du dipôle actif AB et ainsi on a simplifié le circuit puisqu'on l'a transformé en une seule maille à l'aide du théorème de Thévenin.

$$I' = \frac{E_{th}}{R_{th} + R_e} \Rightarrow I_3 = -\frac{E_{th}}{R_{th} + R_e} = \frac{E_2 - R_3 [(E_2 - E_1) / (R_1 + R_3)]}{R_e + R_{eq}}$$

5. Théorème de Norton

Pour les réseaux électriques cette méthode établit que tout circuit linéaire est équivalent à une source de courant idéale  $I_0$ .

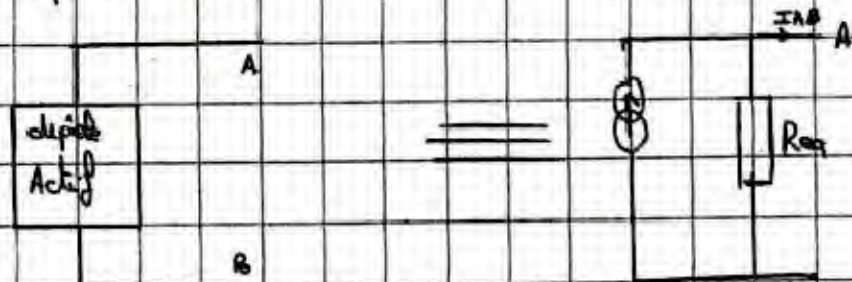
en parallèle avec une résistance  $R_0$ . L'il idéal est égale au courant de court-circuit. Les deux bornes étant reliées par un conducteur parfait. La résistance  $R_0$  est celle du circuit vu des deux bornes.



Lorsque toutes les sources sont éteintes

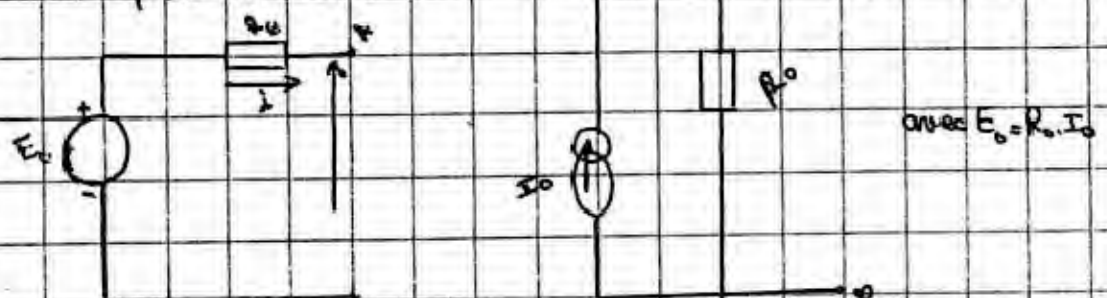
Énoncé

Un Dipôle actif "AB" est équivalent vu de ces deux bornes A et B, à un générateur de courant dont le courant de Norton et le courant de court-circuit de dipôle est dans la résistance interne monté en parallèle et la résistance équivalente de Thévenin



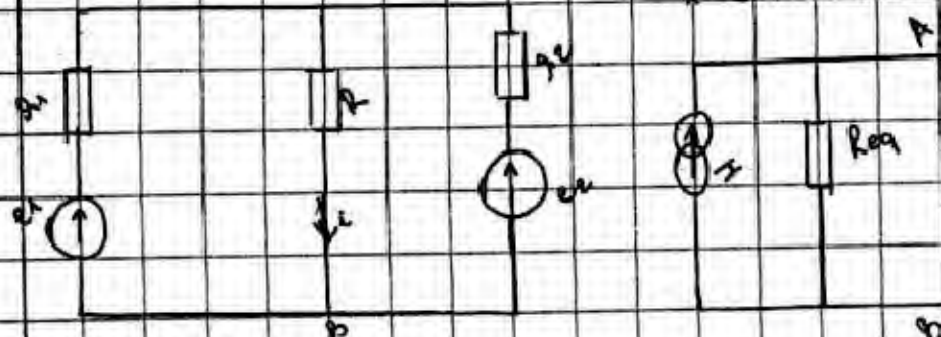
$R_{eq}$  est définie de la même manière que pour le théorème de Thévenin.

b- Equivalence entre



Déterminer l'expression du courant  $i$  en utilisant le théorème de Norton.

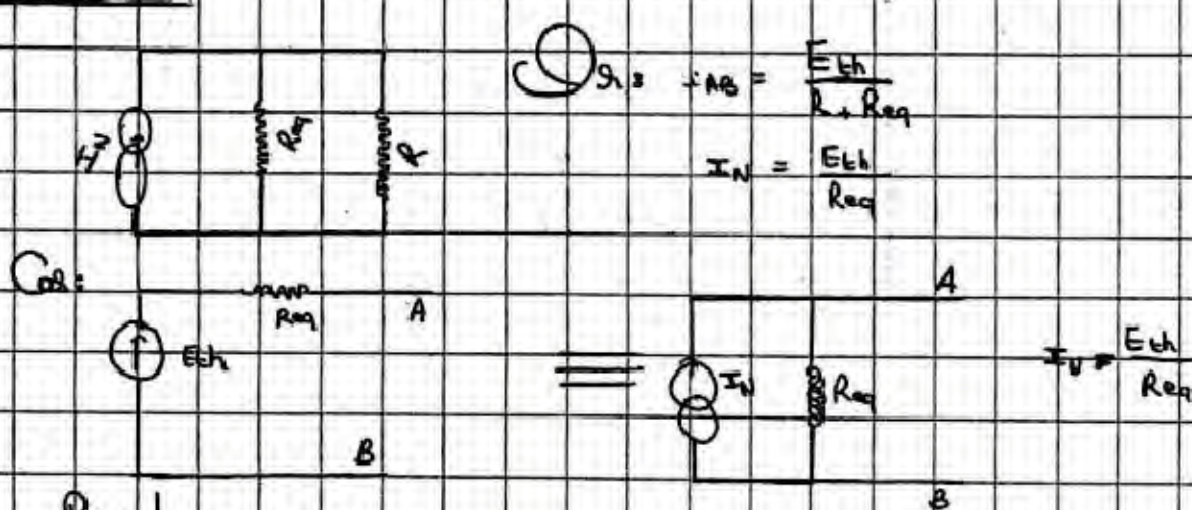
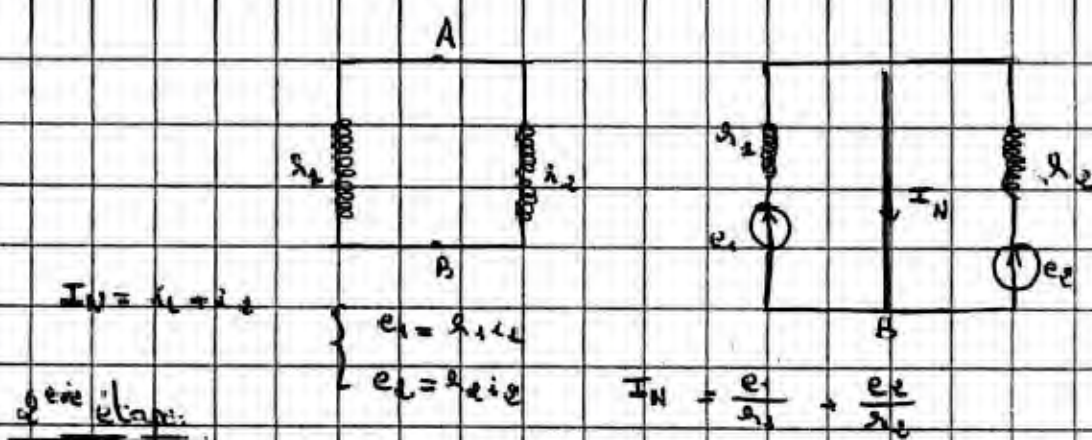
\* Circuit de Norton:



1<sup>re</sup> étape:

$$R_{eq} = R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (U_{AB} = 0)$$





$$\begin{aligned}
 I_{AB} = i &= \frac{R_{eq} \cdot I_N}{R + R_{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left( \frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2} \right) \times \frac{1}{R + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \\
 &= \frac{e_1 R_2 + e_2 R_1}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}
 \end{aligned}$$





**ETUSUP.com**

Programmmation  
**Cours**  
Electricité  
Physique  
Résumés  
Analyse  
Informatique  
Optique  
Chimie  
Algèbre  
Corrigés  
Diapo  
Livres  
**Exercices**  
Contrôles Continus  
Langues  
MTU  
Thermodynamique  
Multimedia  
**Divers**  
Economie  
Travaux Dirigés  
Chimie Organique  
Mathématiques  
Mécanique  
Travaux Pratiques  
Droit

et encore plus..